MATEMÁTICA

CAPÍTULO 3.2
FUNÇÃO AFIM OU 1° GRAU

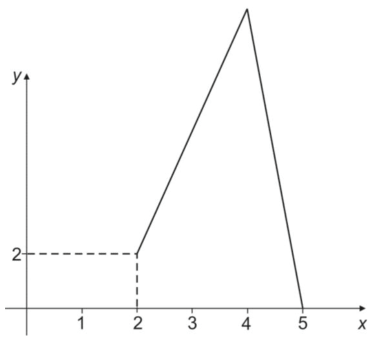
X | **SEGUNDA FASE** | MANUAL FUVEST

NA SEGUNDA FASE AS QUESTÕES A SEGUIR SÃO DE RESPOSTAS ABERTAS

QUESTÃO 01

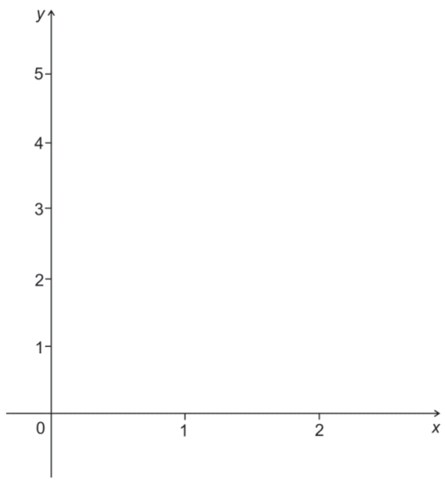
(FUVEST 2012 2º FASE) Considere a função *f*, cujo domínio é o intervalo fechado [0,5] e que está definida pelas condições:

- para $0 \le x \le 1$, tem-se $f(x) = 3x + 1$;
- para $1 < x < 2$, tem-se $f(x) = -2x + 6$;
- *f* é linear no intervalo [2,4] e também no intervalo [4,5], conforme mostra a figura abaixo;
- a área sob o gráfico de *f* no intervalo [2,5] é o triplo da área sob o gráfico de *f* no intervalo [0,2].



Com base nessas informações,

A) desenhe, no sistema de coordenadas, o gráfico de *f* no intervalo [0,2];



B) determine a área sob o gráfico de *f* no intervalo [0,2];

C) determine *f(4)*.

QUESTÃO 02

(FUVEST 2014 2º FASE) Dados *m* e *n* inteiros, considere a função *f* definida por

$$f(x) = 2 - \frac{m}{x+n}$$

Para $x \neq -n$.

A) No caso em que $m = n = 2$, mostre que a igualdade $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ se verifica.

B) No caso em que $m = n = 2$, ache as interseções do gráfico de *f* com os eixos coordenados.

C) No caso em que $m = n = 2$, esboce a parte do gráfico de *f* em que $x > -2$, levando em conta as informações obtidas nos itens a) e b). Utilize o par de eixos dados na página de respostas.

D) Existe um par de inteiros $(m, n) \neq (2, 2)$ tal que a condição $f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$ continue sendo satisfeita?

QUESTÃO 03

(FUVEST 2015 2º FASE) A função *f* está definida da seguinte maneira: para cada inteiro ímpar *n*,

$$f = \begin{cases} x - (n-1), se\ n-1 \le x \le n \\ n + 1 - x, se\ \ n \le x \le n+1 \end{cases}$$

A) Esboce o gráfico de *f* para $0 \le x \le 6$.

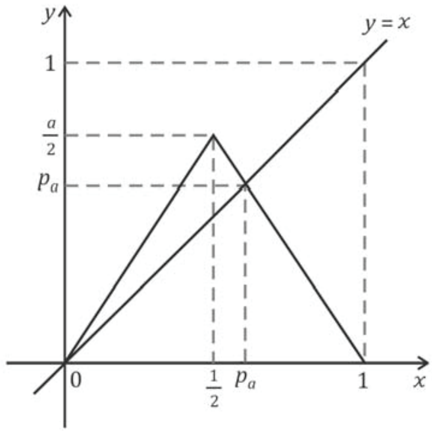
B) Encontre os valores de *x*, $0 \le x \le 6$, tais que $f(x) = 1/5$.

QUESTÃO 04

(FUVEST 2017 2ª FASE) Considere a função $f_\alpha : [0,1] \to [0,1]$ que depende de um parâmetro $\alpha \in]1,2]$, dada por

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \alpha x, & \text{se } 0 \le x \le \dfrac{1}{2}, \\ \alpha(1-x), & \text{se } \dfrac{1}{2} \le x \le 1. \end{cases}$$

Sabe-se que existe um único ponto $P_\alpha \in]1/2, 1[$ tal que $f_\alpha(p_\alpha) = p_\alpha$. Na figura a seguir, estão esboçados o gráfico de f_α e a reta de equação y = x.



A) Encontre uma expressão para o ponto p_α em função de α.

B) Mostre que $f_\alpha(f_\alpha(1/2)) < 1/2$ para todo $\alpha \in]1,2]$.

C) Utilizando a desigualdade do item **B)**, encontre $\alpha \in]1,2]$ tal que $f_\alpha(f_\alpha(f_\alpha(1/2))) = p_\alpha$, em que p_α é o ponto encontrado no item a).