

MATEMÁTICA

CAPÍTULO 4.1 SEQUÊNCIAS E PROGRESSÃO ARITMÉTICA



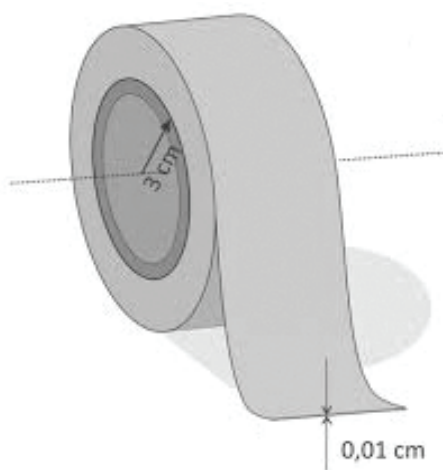
QUESTÃO 01

(FUVEST 2007 1ª FASE) Sejam a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 números estritamente positivos tais que $\log_2 a_1, \log_2 a_2, \log_2 a_3, \log_2 a_4, \log_2 a_5$ formam, nesta ordem, uma progressão aritmética de razão $1/2$. Se $a_1 = 4$, então o valor da soma $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ é igual a

- A) $24 + \sqrt{2}$
- B) $24 + 2\sqrt{2}$
- C) $24 + 12\sqrt{2}$
- D) $28 + 12\sqrt{2}$
- E) $28 + 18\sqrt{2}$

QUESTÃO 02

(FUVEST 2020 1º FASE) O cilindro de papelão central de uma fita crepe tem raio externo de 3 cm. A fita tem espessura de 0,01 cm e dá 100 voltas completas. Considerando que, a cada volta, o raio externo do rolo é aumentado no valor da espessura da fita, o comprimento total da fita é de, aproximadamente,



Note e adote: $\pi \approx 3,14$

- A) 9,4 m.
- B) 11,0 m.
- C) 18,8 m.
- D) 22,0 m.
- E) 25,1 m.

| | | |
|---|---------------------|---------------|
| X | SEGUNDA FASE | MANUAL FUVEST |
| NA SEGUNDA FASE AS QUESTÕES A SEGUIR SÃO DE RESPOSTAS ABERTAS | | |

QUESTÃO 03

(FUVEST 2007 2ª FASE) Em uma progressão aritmética $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ a soma dos n primeiros termos é dada por $S_n = bn^2 + n$, sendo b um número real. Sabendo-se que $a_3 = 7$, determine

- A) o valor de b e a razão da progressão aritmética.
- B) o 20º termo da progressão.
- C) a soma dos 20 primeiros termos da progressão.

QUESTÃO 04

(FUVEST 2012 2ª FASE) Considere uma progressão aritmética cujos três primeiros termos são dados por

$$a_1 = 1 + x ; a_2 = 6x ; a_3 = 2x^2 + 4,$$

em que x é um número real.

- A) Determine os possíveis valores de x .
- B) Calcule a soma dos 100 primeiros termos da progressão aritmética correspondente ao menor valor de x encontrado no item a).

QUESTÃO 05

(FUVEST 2018 2ª FASE) Considere a sequência $\alpha_1 = 6, \alpha_2 = 4, \alpha_3 = 1, \alpha_4 = 2$ e $\alpha_n = \alpha_{n-4}$, para $n \geq 5$. Defina $S_n^k = \alpha_n + \alpha_{n+1} + \dots + \alpha_{n+k}$ para $k \geq 0$, isto é, S_n^k é a soma de $k + 1$ termos consecutivos da sequência começando do n -ésimo, por exemplo, $S_2^1 = 4 + 1 = 5$.

- A) Encontre n e k tal que $S_n^k = 20$.
- B) Para cada inteiro $j, 1 \leq j \leq 12$, encontre n e k tal que $S_n^k = j$.
- C) Mostre que, para qualquer inteiro $j, j \geq 1$, existem inteiros $n \geq 1$ e $k \geq 0$ tais que $S_n^k = j$.



QUESTÃO 06

(FUVEST 2020 2º FASE) A figura apresenta uma parte de uma tabela na qual cada linha e cada coluna seguem de acordo com o padrão representado.

| | | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 55 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | ... |
| 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | ... |
| 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | ... |
| 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | ... |
| 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | ... |
| 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | ... |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |

Com relação a essa tabela de números:

- A) Escolha um quadrado 3×3 e, exibindo a soma de seus 9 números, verifique que o resultado é múltiplo de 9.
- B) Um quadrado com 16 números tem por soma de todos esses números o valor de 1.056 (mil e cinquenta e seis). Descubra o menor número desse quadrado.
- C) A soma de todos os números de um quadrado $n \times n$, com menor número igual a 4, é de 108.000 (cento e oito mil). Qual é o valor de n ?

QUESTÃO 07

(FUVEST 2020 2º FASE) O *Floco de Neve de Koch* (ou *Estrela de Koch*) é uma construção geométrica recursiva cujos primeiros passos se desenvolvem da seguinte forma:

| | | |
|--|---|--|
| <p>Passo 0: começa-se com um triângulo equilátero de lados de medida 1.</p> | <p>Passo 1: divide-se cada lado do triângulo do Passo 0 em 3 segmentos iguais e constrói-se um triângulo equilátero com base em cada segmento do meio.</p> | <p>Passo 2: repete-se o procedimento descrito no Passo 1 em cada lado da figura obtida no passo anterior.</p> |
| | | |

Note e adote: $\log_{10} 2 \approx 0,301$

Os passos seguintes (Passo 3, Passo 4, Passo 5, ...) seguem o mesmo procedimento descrito no Passo 1, em cada lado da figura obtida no passo anterior. Considerando os passos descritos e os próximos passos, responda:

- A) Qual é o número de lados da figura no Passo 3?
- B) Qual é o perímetro da figura no Passo 5?
- C) A partir de qual Passo o número de lados da figura supera 6.000.000.000.000 (seis trilhões)?

GABARITO ✓

01 D 02 D