

MATEMÁTICA

CAPÍTULO 3.7 FUNÇÃO LOGARÍTMICA



QUESTÃO 01

(ENEM 2011 1ª APLICAÇÃO) A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_w), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_w e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_w = -10,7 + \frac{2}{3} \log_{10}(M_0)$$

Onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina-cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude $M_w = 7,3$.

U.S.GEOLOGICAL SURVEY. Historic Earthquakes. <http://earthquake.usgs.gov>. U.S. GEOLOGICAL SURVEY. USGS Earthquake Magnitude Policy. <http://earthquake.usgs.gov>.

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina-cm)?

- A $10^{27,00}$
- B $10^{12,00}$
- C $10^{-0,73}$
- D $10^{-5,10}$
- E $10^{21,65}$

QUESTÃO 02

(ENEM 2013 1ª APLICAÇÃO) Em setembro de 1987, Goiânia foi palco do maior acidente radioativo ocorrido no Brasil, quando uma amostra de cézio-137, removida de um aparelho de radioterapia abandonado, foi manipulada inadvertidamente por parte da população. A meia-vida de um material radioativo é o tempo necessário para que a massa desse material se reduza à metade. A meia-vida do cézio-137 é 30 anos e a quantidade restante de massa de um material radioativo, após t anos, é calculada pela expressão $M(t) = A \cdot (2,7)^{kt}$, onde A é a massa inicial e k é uma constante negativa.

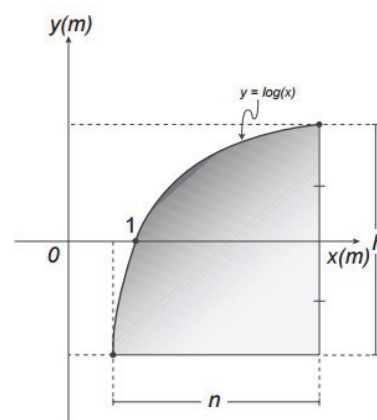
Considere 0,3 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Qual o tempo necessário, em anos, para que uma quantidade de massa do cézio-137 se reduza a 10% da quantidade inicial?

- A 27
- B 54
- C 100
- D 36
- E 35

QUESTÃO 03

(ENEM 2015 1ª APLICAÇÃO) Um engenheiro projetou um automóvel cujos vidros das portas dianteiras foram desenhados de forma que suas bordas superiores fossem representadas pela curva de equação $y = \log(x)$, conforme a figura.



A forma do vidro foi concebida de modo que o eixo x sempre divida ao meio a altura h do vidro e a base do vidro seja paralela ao eixo x . Obedecendo a essas condições, o engenheiro determinou uma expressão que fornece a altura h do vidro em função da medida n de sua base, em metros.

A expressão algébrica que determina a altura do vidro é

- A $2 \log \left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2} \right)$
- B $\log \left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2} \right) - \log \left(\frac{n - \sqrt{n^2 + 4}}{2} \right)$
- C $\log \left(\frac{n + \sqrt{n^2 + 4}}{2} \right)$



D $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) + \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$

E $\log\left(1 + \frac{n}{2}\right) - \log\left(1 - \frac{n}{2}\right)$

QUESTÃO 04

(ENEM 2016 1ª APLICAÇÃO) Em 2011, um terremoto de magnitude 9,0 na escala Richter causou um devastador tsunami no Japão, provocando um alerta na usina nuclear de Fukushima. Em 2013, outro terremoto, de magnitude 7,0 na mesma escala, sacudiu Sichuan (sudoeste da China), deixando centenas de mortos e milhares de feridos. A magnitude de um terremoto na escala Richter pode ser calculada por

$$M = \frac{2}{3} \log\left(\frac{E}{E_0}\right),$$

sendo E a energia, em kWh, liberada pelo terremoto e E_0 uma constante real positiva. Considere que E_1 e E_2 representam as energias liberadas nos terremotos ocorridos no Japão e na China, respectivamente.

www.terra.com.br. Acesso em: 15 ago. 2013 (adaptado).

Qual a relação entre E_1 e E_2 ?

- A $E_1 = E_2 + 2$
- B $E_1 = 10^2 \cdot E_2$
- C $E_1 = 10^3 \cdot E_2$
- D $E_1 = 10^{9/7} \cdot E_2$
- E $E_1 = 9/7 \cdot E_2$

QUESTÃO 05

(ENEM 2016 1ª APLICAÇÃO) Uma liga metálica sai do forno a uma temperatura de 3.000 °C e diminui 1% de sua temperatura a cada 30 min.

Use 0,477 como aproximação para $\log_{10}(3)$ e 1,041 como aproximação para $\log_{10}(11)$.

O tempo decorrido, em hora, até que a liga atinja 30 °C é mais próximo de

- A 22.
- B 50.
- C 100.
- D 200.
- E 400.

QUESTÃO 06

(ENEM 2017 1ª APLICAÇÃO) Para realizar a viagem dos sonhos, uma pessoa precisava fazer um empréstimo no valor de R\$ 5.000,00. Para pagar as prestações, dispõe de, no máximo, R\$ 400,00 mensais. Para esse valor de empréstimo, o valor da prestação (P) é calculado em função do número de prestações (n) segundo a fórmula

$$P = \frac{5.000 \times 1,013^n \times 0,013}{(1,013^n - 1)}$$

Se necessário, utilize 0,005 como aproximação para $\log 1,013$; 2,602 como aproximação para $\log 400$; 2,525 como aproximação para $\log 335$.

De acordo com a fórmula dada, o menor número de parcelas cujos valores não comprometem o limite definido pela pessoa é

- A 12.
- B 14.
- C 15.
- D 16.
- E 17.

QUESTÃO 07

(ENEM 2017 2ª APLICAÇÃO) Nas informações veiculadas no órgão de comunicação quando da ocorrência de um terremoto, faz-se referência à magnitude (M), que se refere a quantos graus o fenômeno atingiu na escala Richter. Essa medida quantifica a energia liberada no epicentro do terremoto, e em seu cálculo utilizam-se como parâmetros as medidas da amplitude sísmica (A), em micrômetro, e da frequência (f), em hertz. Esses parâmetros são medidos por aparelhos especiais chamados sismógrafos, e relacionam-se segundo a função $M = \log(A \times f) + 3,3$. Pela magnitude do terremoto na escala Richter, pode-se estimar seus efeitos e seus efeitos de acordo com o quadro, onde não estão considerados terremotos de magnitudes superiores a 7,9.

Magnitude (Grau)	Efeitos do terremoto segundo a escala Richter
$M \leq 3,5$	Registrado (pelos aparelhos), mas não t pelas pessoas.
$3,5 < M \leq 5,4$	Percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
$5,4 < M \leq 6,0$	Destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
$6,0 < M \leq 6,9$	Destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
$6,9 < M \leq 7,9$	Destrutivo,retiram os edifícios de suas fundações,causam fendas no solo e danificam as tubulações contidas no subsolo.

Um terremoto teve sua amplitude e frequências medidas e obteve-se $A = 1000$ micrômetros e $f = 0,2$ hertz.

Use - 0,7 como aproximação para $\log(0,2)$.

www.mundoeducacao.com.br.

Considerando o quadro apresentado, e analisando o resultado da expressão que fornece a magnitude desse terremoto, conclui-se que ele foi

- A Registrado, mas não percebido pelas pessoas.
- B Percebido, com pequenos tremores notados pelas pessoas.
- C Destrutivo, com consequências significativas em edificações pouco estruturadas.
- D Destrutivo, com consequências significativas para todo tipo de edificação.
- E Destrutivo, com consequências nas fundações dos edifícios, fendas no solo e tubulações no subsolo.



QUESTÃO 08

(ENEM 2017 LIBRAS) Em 2011, a costa nordeste do Japão foi sacudida por um terremoto com magnitude de 8,9 graus na escala Richter. A energia liberada E por esse terremoto, em kWh, pode ser calculada por $R = 2/3 \log(E/E_0)$, sendo $E_0 = 7.10^{-3}$ kWh e R a magnitude desse terremoto na escala Richter. Considere 0,84 como aproximação para $\log 7$.

<http://oglobo.globo.com>. Acesso em: 2 ago. 2012.

A energia liberada pelo terremoto que atingiu a costa nordeste do Japão em 2011, em kWh, foi de

- A $10^{10,83}$
- B $10^{11,19}$
- C $10^{14,19}$
- D $10^{15,51}$
- E $10^{17,19}$

QUESTÃO 09

(ENEM 2018 1ª APLICAÇÃO) Com o avanço em ciência da computação, estamos próximos do momento em que o número de transistores no processador de um computador pessoal será da mesma ordem de grandeza que o número de neurônios em um cérebro humano, que é da ordem de 100 bilhões.

Uma das grandezas determinantes para o desempenho de um processador é a densidade de transistores, que é o número de transistores por centímetro quadrado. Em 1986, uma empresa fabricava um processador contendo 100.000 transistores distribuídos em 0,25 cm² de área. Desde então, o número de transistores por centímetro quadrado que se pode colocar em um processador dobra a cada dois anos (Lei de Moore).

www.pocket-lint.com. Acesso em: 1 dez. 2017 (adaptado).

Considere 0,30 como aproximação para $\log_{10} 2$.

Em que ano a empresa atingiu ou atingirá a densidade de 100 bilhões de transistores?

- A 1999
- B 2002
- C 2022
- D 2026
- E 2146

QUESTÃO 10

(ENEM 2018 2ª APLICAÇÃO) Em março de 2011, um terremoto de 9,0 graus de magnitude na escala Richter atingiu o Japão matando milhares de pessoas e causando grande destruição. Em janeiro daquele ano, um terremoto de 7,0 graus na escala Richter atingiu a cidade de Santiago Del Estero, na Argentina.

A magnitude de um terremoto, medida pela escala Richter, é $R = \log(A/A_0)$, em que A é a amplitude do movimento vertical do solo, informado em um sismógrafo, A_0 é uma amplitude de referência e \log representa o logaritmo na base 10.

<http://earthquake.usgs.gov>.

A razão entre as amplitudes dos movimentos verticais dos terremotos do Japão e da Argentina é

- A 1,28
- B 2,0
- C $10^{9/7}$

- D 100
- E $10^9 - 10^7$

QUESTÃO 11

(ENEM 2018 2ª APLICAÇÃO) A água comercializada em garrações pode ser classificada como muito ácida, ácida, neutra, alcalina ou muito alcalina, dependendo de seu pH, dado pela expressão

$$\text{pH} = \log_{10} 1/H$$

com que H é a concentração de íons de hidrogênio, em mol por decímetro cúbico. A classificação da água de acordo com seu pH é mostrada no quadro.

pH	Classificação
$\text{pH} \geq 9$	Muito alcalina
$7,5 \leq \text{pH} < 9$	Alcalina
$6 \leq \text{pH} < 7,5$	Neutra
$3,5 \leq \text{pH} < 6$	Ácida
$\text{pH} < 3,5$	Muito ácida

Para o cálculo da concentração H , uma distribuidora mede dois parâmetros A e B , em cada fonte, e adota H como sendo o quociente de A por B . Em análise realizada em uma fonte, obteve $A=10^{-7}$ e a água dessa fonte foi classificada como neutra.

O parâmetro B , então, encontrava-se no intervalo

- A $(-10^{14,5}, -10^{13})$
- B $[10^{-6/7}, 10^{-1})$
- C $[10^{-1}, 10^{1/2})$
- D $[10^{13}, 10^{14,5})$
- E $[10^{6 \times 10^7}, 10^{7,5 \times 10^7})$

QUESTÃO 12

(ENEM 2018 1ª APLICAÇÃO) Um contrato de empréstimo prevê que quando uma parcela é paga de forma antecipada, conceder-se-á uma redução de juros de acordo com o período de antecipação. Nesse caso, paga-se o valor presente, que é o valor, naquele momento, de uma quantia que deveria ser paga em uma data futura. Um valor presente P submetido a juros compostos com taxa i , por um período de tempo n , produz um valor futuro V determinado pela fórmula

$$V = P \cdot (1+i)^n$$

Em um contrato de empréstimo com sessenta parcelas fixas mensais, de R\$ 820,00 a uma taxa de juros de 1,32% ao mês, junto com a trigésima parcela será paga antecipadamente uma outra parcela, desde que o desconto seja superior a 25% do valor da parcela.



Utilize 0,2877 como aproximação para $\ln(4/3)$ e 0,0131 como aproximação para $\ln(1,0131)$.

A primeira das parcelas que poderá ser antecipada junto com a 30^a é a

- A 56^a
- B 55^a
- C 52^a
- D 51^a
- E 45^a

QUESTÃO 13

(ENEM 2019 1º APLICAÇÃO) Charles Richter e Beno Gutenberg desenvolveram a escala Richter, que mede a magnitude de um terremoto. Essa escala pode variar de 0 a 10, com possibilidades de valores maiores. O quadro mostra a escala de magnitude local (M_s) de um terremoto que é utilizada para descrevê-lo.

Descrição	Magnitude local (M_s) ($\mu\text{m} \cdot \text{Hz}$)
Pequeno	$0 \leq M_s \leq 3,9$
Ligeiro	$4,0 \leq M_s \leq 4,9$
Moderado	$5,0 \leq M_s \leq 5,9$
Grande	$6,0 \leq M_s \leq 9,9$
Extremo	$M_s \geq 10,0$

Para se calcular a magnitude local, usa-se a fórmula $M_s = 3,30 + \log(A \cdot f)$, em que A representa a amplitude máxima da onda registrada por um sismógrafo em micrômetro (μm) e f representa a frequência da onda, em hertz (Hz). Ocorreu um terremoto com amplitude máxima de 2.000 μm e frequência de 0,2 Hz.

<http://cejarj.cecierj.edu.br>. Acesso em: 1 fev. 2015(adaptado).

Utilize 0,3 como aproximação para $\log 2$.

De acordo com os dados fornecidos, o terremoto ocorrido pode ser descrito como

- A Pequeno.
- B Ligeiro.
- C Moderado.
- D Grande.
- E Extremo.

QUESTÃO 14

(ENEM 2019 1º APLICAÇÃO) A *Hydrangea macrophylla* é uma planta com flor azul ou cor-de-rosa, dependendo do pH do solo no qual está plantada. Em solo ácido (ou seja, com $\text{pH} < 7$) a flor é azul, enquanto que em solo alcalino (ou seja, com $\text{pH} > 7$) a flor é rosa. Considere que a *Hydrangea* cor-de-rosa mais valorizada comercialmente numa determinada região seja aquela produzida em solo com pH inferior a 8. Sabe-se que $\text{pH} = -\log_{10} x$, em que x é a concentração de íon hidrogênio (H^+).

Para produzir a *Hydrangea* cor-de-rosa de maior valor comercial, deve-se preparar o solo de modo que x assuma

- A qualquer valor acima de 10^{-8} .
- B qualquer valor positivo inferior a 10^{-7} .
- C valores maiores que 7 e menores que 8.

- D valores maiores que 70 e menores que 80.
- E valores maiores que 10^{-8} e menores que 10^{-7} .

QUESTÃO 15

(ENEM 2019 2º APLICAÇÃO) Um jardineiro cultiva plantas ornamentais e as coloca à venda quando estas atingem 30 centímetros de altura. Esse jardineiro estudou o crescimento de suas plantas, em função do tempo, e deduziu uma fórmula que calcula a altura em função do tempo, a partir do momento em que a planta brota do solo até o momento em que ela atinge sua altura máxima de 40 centímetros. A fórmula é $h = 5 \cdot \log_2(t + 1)$, em que t é o tempo contado em dia e h , a altura da planta em centímetro.

A partir do momento em que uma dessas plantas é colocada à venda, em quanto tempo, em dia, ela alcançará sua altura máxima?

- A 63
- B 96
- C 128
- D 192
- E 255

QUESTÃO 16

(ENEM 2019 2º APLICAÇÃO) Uma pessoa fez um depósito inicial de R\$ 200,00 em um Fundo de Investimentos que possui rendimento constante sob juros compostos de 5% ao mês. Esse Fundo possui cinco planos de carência (tempo mínimo necessário de rendimento do Fundo sem movimentação do cliente). Os planos são:

- Plano A: carência de 10 meses;
- Plano B: carência de 15 meses;
- Plano C: carência de 20 meses;
- Plano D: carência de 28 meses;
- Plano E: carência de 40 meses.

O objetivo dessa pessoa é deixar essa aplicação rendendo até que o valor inicialmente aplicado duplique, quando somado aos juros do fundo. Considere as aproximações: $\log 2 = 0,30$ e $\log 1,05 = 0,02$.

Para que essa pessoa atinja seu objetivo apenas no período de carência, mas com a menor carência possível, deverá optar pelo plano

- A A.
- B B.
- C C.
- D D.
- E E.

QUESTÃO 17

(ENEM 2020 1º APLICAÇÃO) A Lei de Zipf, batizada com o nome do linguista americano George Zipf, é uma lei empírica que relaciona a frequência (f) de uma palavra em um dado texto com o seu ranking (r). Ela é dada por

$$f = \frac{A}{r^B}$$



O ranking da palavra é a sua posição ao ordenar as palavras por ordem de frequência. Ou seja, $r = 1$ para a palavra mais frequente, $r = 2$ para a segunda palavra mais frequente e assim sucessivamente. A e B são constantes positivas.

Disponível em: <http://klein.sbm.org.br>. Acesso em: 12 ago. 2020 (adaptado).

Com base nos valores de $X = \log(r)$ e $Y = \log(f)$, é possível estimar valores para A e B . No caso hipotético em que a lei é verificada exatamente, a relação entre Y e X é

A $Y = \log(A) - B \cdot X$

B $Y = \frac{\log(A)}{X + \log(B)}$

C $Y = \frac{\log(A)}{B} - |X|$

D $Y = \frac{\log(A)}{B \cdot X}$

E $Y = \frac{\log(A)}{X^B}$

GABARITO ✓

01	A	02	C	03	A	04	C	05	D
06	D	07	C	08	B	09	C	10	D
11	C	12	C	13	C	14	E	15	D
16	B	17	A						