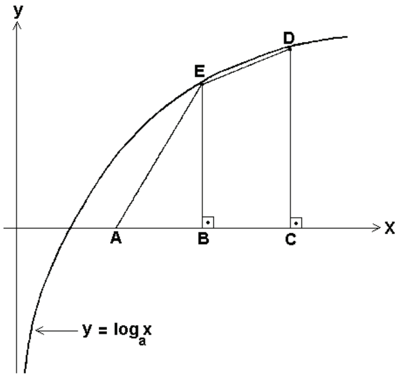
MATEMÁTICA

CAPÍTULO 3.7
FUNÇÃO LOGARÍTMICA

QUESTÃO 01

(FUVEST 2005 1ª FASE)



Os pontos D e E pertencem ao gráfico da função $y = \log_a x$, com a >1 (figura abaixo). Suponha que B = (x, 0) , C = (x + 1, 0) e A = (x - 1, 0). Então, o valor de x, para o qual a área do trapézio BCDE é o triplo da área do triângulo ABE , é

A) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}$
B) $1+\frac{\sqrt{5}}{2}$
C) $\frac{1}{2}+\sqrt{5}$
D) $1+\sqrt{5}$
E) $\frac{1}{2}+2\sqrt{5}$

QUESTÃO 02

(FUVEST 2006 1ª FASE) O conjunto dos números reais x que satisfazem a inequação $\log_2 (2x + 5) - \log_2 (3x - 1) > 1$ é o intervalo:

A) $]-\infty\,, 5/2[$
B) $]7/4\,, \infty\ [$
C) $]-5/2\,, 0[$
D) $]1/3, 7/4[$
E) $]0, 1/3[$

QUESTÃO 03

(FUVEST 2008 1ª FASE) Os números reais x e y são soluções do sistema

$$\begin{cases} 2\ \log_2 x - \log_2 (y-1) = 1 \\ \log_2 (x+4) - \frac{1}{2}\log_2 y = 2 \end{cases}$$

Então 7.(√y – x) vale

A) -7
B) -1
C) 0
D) 1
E) 7

QUESTÃO 04

(FUVEST 2009 1ª FASE) O número real a é o menor dentre os valores de x que satisfazem a equação

$$2 \log_2 [1 + (\sqrt{2}).x] - \log_2 [(\sqrt{2}).x] = 3.$$

Então, $\log_2 [(2a + 4)/3]$ é igual a

A) 1/4
B) 1/2
C) 1
D) 3/2
E) 2

QUESTÃO 05

(FUVEST 2010 1ª FASE) A magnitude de um terremoto na escala Richter é proporcional ao logaritmo, na base 10, da energia liberada pelo abalo sísmico. Analogamente, o pH de uma solução aquosa é dado pelo logaritmo, na base 10, do inverso da concentração de íons H+. Considere as seguintes afirmações:

I. O uso do logaritmo nas escalas mencionadas justifica-se pelas variações exponenciais das grandezas envolvidas.
II. A concentração de íons H^+ de uma solução ácida com pH 4 é 10 mil vezes maior que a de uma solução alcalina com pH 8.
III. Um abalo sísmico de magnitude 6 na escala Richter libera duas vezes mais energia que outro, de magnitude 3.

Está correto o que se afirma somente em

A) I.
B) II.
C) III.
D) I e II.
E) I e III.

QUESTÃO 06

(FUVEST 2010 1ª FASE) Tendo em vista as aproximações $\log_{10} 2$ b 0,30, $\log_{10} 3$ b 0,48, então o maior número inteiro n, satisfazendo $10^n \leq 12^{418}$, é igual a

A) 424
B) 437
C) 443
D) 451
E) 460

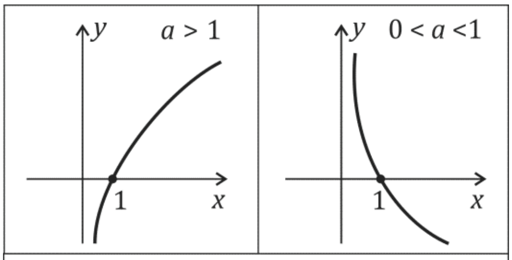
QUESTÃO 07

(FUVEST 2011 1° FASE) Seja x > 0 tal que a sequência $a_1 = \log_2 x$, $a_2 = \log_4(4x)$, $a_3 = \log_8(8x)$ forme, nessa ordem, uma progressão aritmética. Então, $a_1 + a_2 + a_3$ é igual a

A) 13/2
B) 15/2
C) 17/2
D) 19/2
E) 21/2

QUESTÃO 08

(FUVEST 2013 1° FASE) Seja f uma função a valores reais, com domínio D ⊂ R, tal que $f(x) = \log_{10}(\log_{1/3}(x^2 - x + 1))$, para todo x ∈ D.



Gráficos da função logarítmica de base *a*.

O conjunto que pode ser o domínio D é

A) {x ∈ R; 0 < x < 1}
B) {x ∈ R; x ≤ 0 ou x ≥ 1}
C) {x ∈ R; 1/3 < x < 10}
D) {x ∈ R; x ≤ 1/3 ou x ≥ 10}
E) {x ∈ R; 1/9 < x < 10/3 }

QUESTÃO 09

(FUVEST 2014 1° FASE) Sobre a equação $(x + 3)\, 2^{X2-9} \log |x^2 + x - 1| = 0$, é correto afirmar que

A) ela não possui raízes reais.
B) sua única raiz real é – 3.
C) duas de suas raízes reais são 3 e – 3.
D) suas únicas raízes reais são – 3, 0 e 1.
E) ela possui cinco raízes reais distintas.

QUESTÃO 10

(FUVEST 2016 1° FASE) Use as propriedades do logaritmo para simplificar a expressão

$$S = \frac{1}{2\,.\log_2 2016} + \frac{1}{5\,.\log_3 2016} + \frac{1}{10\,.\log_7 2016}$$

O valor de S é

A) 1/2
B) 1/3
C) 1/5
D) 1/7
E) 1/10

QUESTÃO 11

(FUVEST 2017 1° FASE) Considere as funções $f(x) = x^2 + 4$ e $g(x) = 1 + \log_{1/2} x$, em que o domínio de f é o conjunto dos números reais e o domínio de g é o conjunto dos números reais maiores do que 0. Seja

$$h(x) = 3f(g(x)) + 2g(f(x)),$$

em que x > 0. Então, h(2) é igual a

A) 4
B) 8
C) 12
D) 16
E) 20

QUESTÃO 12

(FUVEST 2019 1° FASE) Se $\log_2 y = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\log_2 x$, para x > 0, então

A) $y = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{2}}$

B) $y = \sqrt{\frac{x^3}{2}}$

C) $y = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{x^2}$

D) $y = \sqrt{2}\,.\sqrt[3]{x^2}$

E) $y = \sqrt{2x^3}$

QUESTÃO 13

(FUVEST 2021 1° FASE) Um aplicativo de videoconferências estabelece, para cada reunião, um código de 10 letras, usando um alfabeto completo de 26 letras.

A quantidade de códigos distintos possíveis está entre

Note e adote: $\log_{10} 13 \cong 1{,}114$ e 1 bilhão = 10^9

A) 10 bilhões e 100 bilhões.
B) 100 bilhões e 1 trilhão.
C) 1 trilhão e 10 trilhões.
D) 10 trilhões e 100 trilhão.
E) 100 trilhões e 1 quatrilhão

X **SEGUNDA FASE** MANUAL FUVEST

NA SEGUNDA FASE AS QUESTÕES A SEGUIR SÃO DE RESPOSTAS ABERTAS

QUESTÃO 14

(FUVEST 2010 2º FASE) Determine a solução (x, y), $y > 1$, para o sistema de equações

$$\begin{cases} \log_y(9x - 35) = 6 \\ \log_{3y}(27x - 81) = 3 \end{cases}$$

QUESTÃO 15

(FUVEST 2011 2º FASE) Determine o conjunto de todos os números reais x para os quais vale a desigualdade

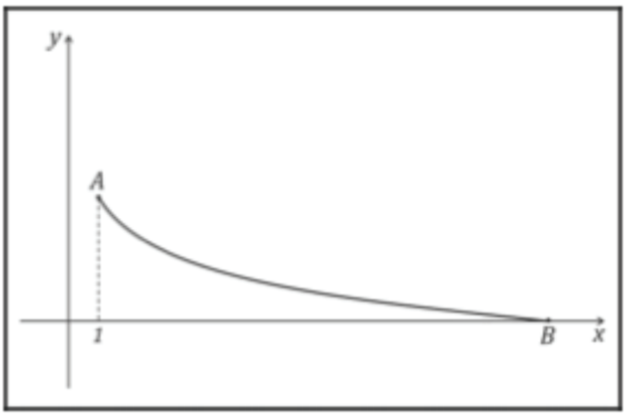
$$|\ \log_{16}(1 - x^2) - \log_4(1 + x)\ | < 1/2$$

QUESTÃO 16

(FUVEST 2014 2º FASE) Um corpo de massa *M* desliza sem atrito, sujeito a uma força gravitacional vertical uniforme, sobre um “escorregador logarítmico”: suas coordenadas (*x*, *y*) no plano cartesiano, que representam distâncias medidas em metros, pertencem ao gráfico da função

$$f(x) = \log_{1/2} x + 4$$

O corpo começa sua trajetória, em repouso, no ponto *A*, de abscissa $x = 1$, e atinge o chão no ponto *B*, de ordenada $y = 0$, conforme figura abaixo. Não levando em conta as dimensões do corpo e adotando 10 m/s² como o valor da aceleração da gravidade,



A) encontre a abscissa do ponto *B*;

B) escreva uma expressão para a energia mecânica do corpo em termos de sua massa *M*, de sua altura *y* e de sua velocidade escalar *v*;

C) obtenha a velocidade escalar *v* como função da abscissa do ponto ocupado pelo corpo;

D) encontre a abscissa do ponto a partir do qual *v* é maior do que $\sqrt{60}$ m/s.

QUESTÃO 17

(FUVEST 2015 2º FASE) Resolva as inequações:

A) $x^3 - x^2 - 6x > 0$;

B) $\log_2(x^3 - x^2 - 6x) \leq 2$.

QUESTÃO 18

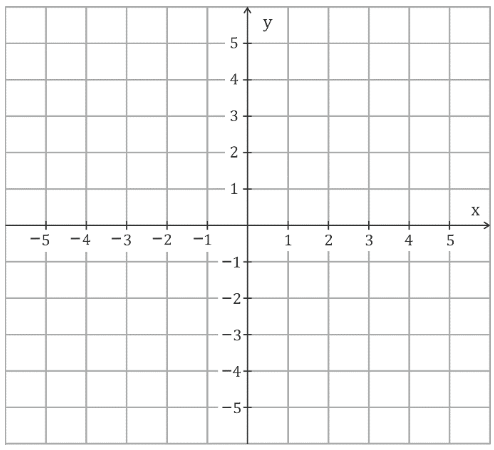
(FUVEST 2016 2ª FASE) Considere as funções f e g definidas por

$$f(x) = 2\log_2(x - 1),\ \text{se } x \in \mathbb{R},\ x > 1,$$
$$g(x) = \log_2(1 - x/4),\ \text{se } x \in \mathbb{R},\ x < 4,$$

A) Calcule f(3/2), f(2), f(3), g (-4), g(0) e g(2).

B) Encontre x, $1 < x < 4$, tal que f(x) = g(x)

C) Levando em conta os resultados dos itens a) e b), esboce os gráficos de f e de g no sistema cartesiano.



QUESTÃO 19

(FUVEST 2017 2ª FASE) Um analgésico é aplicado via intravenosa. Sua concentração no sangue, até atingir a concentração nula, varia com o tempo de acordo com a seguinte relação:

$$c(t) = 400 - k\log_3(at + 1)$$

em que t é dado em horas e c(t) é dado em mg/L. As constantes a e k são positivas.

A) Qual é a concentração do analgésico no instante inicial t = 0?

B) Calcule as constantes a e k, sabendo que, no instante t = 2 , a concentração do analgésico no sangue é metade da concentração no instante inicial e que, no instante t = 8, a concentração do analgésico no sangue é nula.

GABARITO

01	A	**02**	D	**03**	D	**04**	B	**05**	D
06	D	**07**	B	**08**	A	**09**	E	**10**	E
11	B	**12**	A	**13**	E				