

MATEMÁTICA

CAPÍTULO 4.2 PROGRESSÃO GEOMÉTRICA



QUESTÃO 01

Em uma reserva animal, a população de pássaros é de 32.805. uma infecção alastra-se rapidamente na reserva de modo que, no 1º dia, há 5 vítimas; no 2º, 10 novas vítimas; no 3º, 30 novas vítimas.

Observando que o número acumulado de vítimas obedece a uma progressão geométrica, se esse padrão não se alterar, a população total de pássaros será dizimada no

- A 7º dia
- B 8º dia
- C 9º dia
- D 10º dia
- E 11º dia

QUESTÃO 02

(FAMERP) Em 1996, 25% da energia produzida por um país era obtida de usinas hidrelétricas. Em 2016, essa produção passou a ser de 40%. Admitindo-se que de 25%, em 1996, para 40%, em 2016, o crescimento anual da porcentagem foi geométrico, é correto afirmar que o fator constante de crescimento anual foi igual a

- A $\sqrt[20]{6,25}$
- B $\log_{1,6} 20$
- C $\log_{20} 6,25$
- D $\log_{20} 1,6$
- E $\sqrt[20]{1,6}$

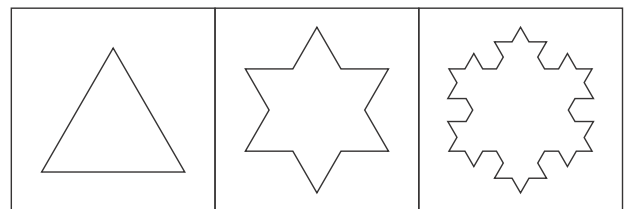
QUESTÃO 03

(IFPE) Dudu quer se tornar um *youtuber* famoso, mas, em seu primeiro vídeo, ele obteve apenas 5 inscritos em seu canal. Obstinado que é, Dudu pretende, a cada novo vídeo, dobrar a quantidade de inscritos em seu canal. Se no primeiro mês ele postar 10 vídeos e conseguir atingir a meta estabelecida, ao fim deste mês, seu canal terá

- A 1.024 inscritos.
- B 5.120 inscritos.
- C 5.115 inscritos.
- D 1.023 inscritos.
- E 310 inscritos.

QUESTÃO 04

(UFJF) O fractal denominado floco de neve de Koch é obtido partindo-se de um triângulo equilátero. Divide-se cada lado desse triângulo em 3 segmentos de mesmo comprimento, desenha-se um novo triângulo equilátero a partir do segmento do meio e retira-se a sua base, conforme figura abaixo. Esse processo ocorre indefinidamente para obter o floco de neve.



Fonte: disponível em <goo.gl/MBH7V>

Qual o número de lados da sétima figura, isto é, após ocorrer 6 vezes esse processo?

- A 1.024
- B 3.072
- C 4.096
- D 7.048
- E 12.288

QUESTÃO 05

(UPE) Um químico está tentando produzir um detergente econômico, utilizando sabão concentrado líquido e água. Ele tem 12 litros de sabão concentrado líquido, e retira 4 litros desse volume e os substitui por água. Em seguida, retira 4 litros da mistura obtida e os substitui por água novamente. Efetuando essa operação por 6 vezes consecutivas, quantos litros de sabão concentrado líquido, aproximadamente, sobraram na mistura?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4
- E 5

QUESTÃO 06

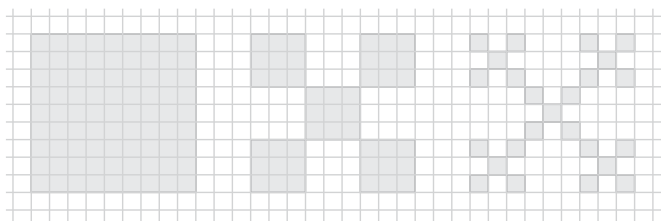
(UNESP) A sequência de figuras, desenhadas em uma malha quadriculada, indica as três primeiras etapas de formação de um fractal. Cada quadradinho dessa malha tem área de 1 cm².



Figura 1

Figura 2

Figura 3



Dado que as áreas das figuras, seguindo o padrão descrito por esse fractal, formam uma progressão geométrica, a área da figura 5, em cm^2 , será igual a

- A $\frac{625}{81}$
- B $\frac{640}{81}$
- C $\frac{125}{27}$
- D $\frac{605}{81}$
- E $\frac{215}{27}$

QUESTÃO 07

(USF) Pensando em montar seu próprio consultório, Nathália começou a economizar desde que entrou no curso de Medicina. Ao passar no vestibular, ela ganhou R\$ 5.000,00 de seus pais e os aplicou a uma taxa de 0,5% ao mês a juros compostos. Além disso, mensalmente, ela depositou R\$ 100,00 à mesma taxa de juros compostos. Hoje, passados 5 anos, ou seja, 60 meses, qual o montante do rendimento dos R\$ 5.000,00 e qual o valor economizado por Nathália com suas aplicações mensais? (Considere $1,005^{60} \approx 1,35$)

- A R\$ 6.750,00 e R\$ 7.000,00.
- B R\$ 6.500,00 e R\$ 7.800,00.
- C R\$ 6.500,00 e R\$ 7.000,00.
- D R\$ 6.750,00 e R\$ 7.800,00.
- E R\$ 7.800,00 e R\$ 6.500,00.

QUESTÃO 08

No financiamento de veículos é comum que o valor financiado seja pago em várias parcelas mensais e iguais com uma taxa de juros mensal fixa. Tal parcela é calculada somando quanto seria pago em cada parcela se os juros incidissem mês a mês até o pagamento.

Por exemplo, se uma pessoa financia R\$ 12.000,00 para serem pagos em 12 parcelas, se não existissem juros, cada parcela seria de R\$ 1.000,00. Entretanto se houver uma taxa de juros de 1% ao mês e a primeira parcela só fosse paga após um mês, então essa primeira parcela deveria ter o valor de $1000 \cdot (1,01)$, a segunda parcela deveria ser $1000 \cdot (1,01)^2$, a terceira, $1000 \cdot (1,01)^3$ até que a última parcela deveria ter o valor de $1000 \cdot (1,01)^{12}$.

Porém, como as parcelas devem ter valores iguais, então o valor da parcela deve ser uma média dos valores que seriam pagos mês a mês. Assim cada parcela terá o valor de:

$$\frac{1000 \cdot (1,01) + 1000 \cdot (1,01)^2 + \dots + 1000 \cdot (1,01)^{12}}{12}$$

Dessa forma, uma pessoa que financie R\$ 36.000,00 para 24 meses a uma taxa de 1,9% ao mês deverá pagar uma parcela mensal fixa no valor aproximado de (use a aproximação $\frac{(1,019)^{24} - 1}{0,019} = 30,053$)

- A R\$ 1.825,00
- B R\$ 1.856,00
- C R\$ 1.887,00
- D R\$ 1.914,00
- E R\$ 1.968,00

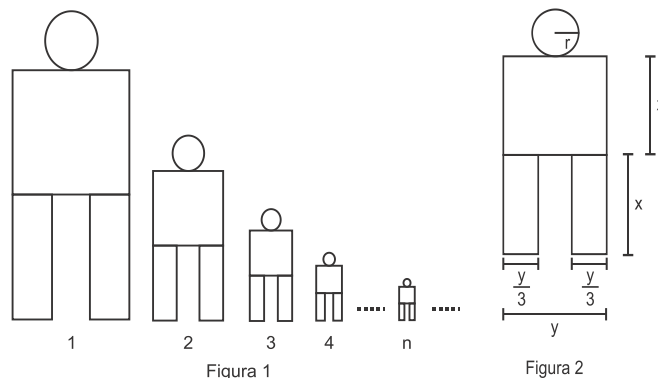
QUESTÃO 09

(ESPCEX) Um menino, de posse de uma porção de grãos de arroz, brincando com um tabuleiro de xadrez, colocou um grão na primeira casa, dois grãos na segunda casa, quatro grãos na terceira casa, oito grãos na quarta casa e continuou procedendo desta forma até que os grãos acabaram, em algum momento, enquanto ele preenchia a décima casa. A partir dessas informações, podemos afirmar que a quantidade mínima de grãos de arroz que o menino utilizou na brincadeira é

- A 480
- B 511
- C 512
- D 1023
- E 1024

QUESTÃO 10

(UNIESTE) A Figura 1 apresenta uma sequência de figuras de bonecos com corpo e pernas no formato retangular e cabeça circular. As dimensões do primeiro boneco são apresentadas na Figura 2 (Na Figura 2, r é o raio do círculo). Sabe-se que cada uma das medidas do n -ésimo boneco é igual à metade da medida correspondente do $(n - 1)$ -ésimo boneco.



Assim, se A_1 é a área do primeiro boneco, então é CORRETO afirmar que a soma das áreas dos 30 primeiros bonecos é

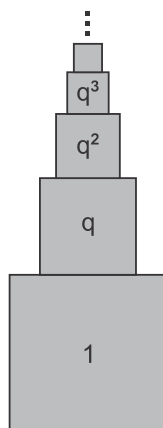
- A $\frac{A_1}{3} \left(\frac{4^{30} - 1}{4^{29}} \right)$
- B $A_1 \left(\frac{4^{30} - 1}{4^{29}} \right)$
- C $\frac{A_1}{4} \left(\frac{2^{30} - 1}{2^{29}} \right)$
- D $\frac{A_1}{2} \left(\frac{4^{30} - 1}{4^{29}} \right)$



E $A_1 \left(\frac{2^{30} - 1}{2^{29}} \right)$

QUESTÃO 11

(UEFS) Infinitos quadrados, cujas áreas formam uma progressão geométrica decrescente de razão q , foram empilhados, como na figura.

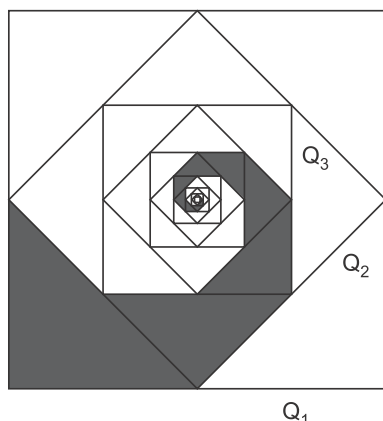


Se o quadrado da base tem uma área de 1 m^2 , a altura da pilha infinita, em m, será igual a

- A $\frac{1}{1-q}$
- B $\frac{1-q}{1-\sqrt{q}}$
- C $\frac{1-\sqrt{q}}{1-q}$
- D $\frac{1+\sqrt{q}}{1-q}$
- E infinita

QUESTÃO 12

(UFRGS) Na figura abaixo, encontram-se representados quadrados de maneira que o maior quadrado (Q_1) tem lado 1. O quadrado Q_2 está construído com vértices nos pontos médios dos lados de Q_1 ; o quadrado Q_3 está construído com vértices nos pontos médios dos lados de Q_2 e, assim, sucessiva e infinitamente.



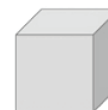
A soma das áreas da sequência infinita de triângulos sombreados na figura é

- A $\frac{1}{2}$
- B $\frac{1}{4}$
- C $\frac{1}{8}$
- D $\frac{1}{16}$
- E $\frac{1}{32}$

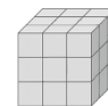
QUESTÃO 13

(UPF) A Esponja de Menger é construída a partir de um cubo, por meio do seguinte processo recursivo:

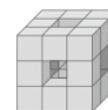
1. Tome um cubo qualquer.



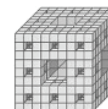
2. Divida cada face do cubo em 9 quadrados. Desse modo, o cubo inicial fica subdividido em cubos menores.



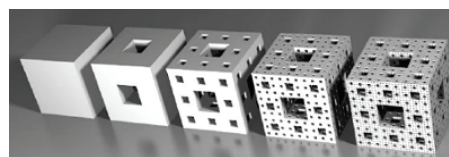
3. Remova o cubo localizado no meio de cada face e o cubo central. Esse é o primeiro nível da Esponja de Menger.



4. Repita os passos 2 e 3 para cada um dos cubos restantes do nível anterior. Assim, obtém-se o segundo nível da Esponja.



5. A Esponja de Menger é o limite desse processo depois de um número infinito de iterações.



(Imagem disponível em: <http://www.epsilon.es.com/paginas/curvas/curvas-035-esponja-menger.html>. Acesso em 10 abr. 2017)

Sobre a Esponja de Menger e seu contexto, considere as seguintes afirmações.

- I. Se n é o número de iterações realizadas no cubo inicial, o número de cubos restantes na n ésima iteração é 20^n .
- II. O número de cubos obtidos em cada etapa do processo de construção da Esponja de Menger é $20n$, sendo n o número de iterações.
- III. A área da Esponja de Menger é obtida por meio de um processo recursivo, sendo que, em cada face, a área de cada quadrado é $1/9$ da área do quadrado obtido no nível anterior.
- IV. O fato de que o processo de construção da Esponja de Menger é recursivo e dispõe de um número infinito de procedimentos a serem executados faz com que o volume dela seja zero.



Está **correto** apenas o que se afirma em

- A I e III.
- B II e III.
- C II e IV.
- D I, III e IV.
- E II, III e IV.

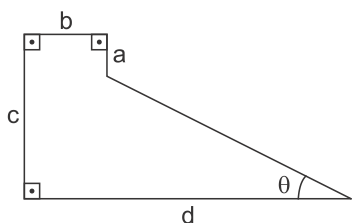
QUESTÃO 14

(FUVEST) Forma-se uma pilha de folhas de papel, em que cada folha tem 0,1 mm de espessura. A pilha é formada da seguinte maneira: coloca-se uma folha na primeira vez e, em cada uma das vezes seguintes, tantas quantas já houverem sido colocadas anteriormente. Depois de 33 dessas operações, a altura da pilha terá a ordem de grandeza

- A da altura de um poste.
- B da altura de um prédio de 30 andares.
- C do comprimento da Av. Paulista.
- D da distância da cidade de São Paulo (SP) à cidade do Rio de Janeiro (RJ).
- E do diâmetro da Terra.

QUESTÃO 15

(UNICAMP) A figura a seguir exibe um pentágono em que quatro lados consecutivos têm comprimentos a , b , c e d .



Se a sequência (a, b, c, d) é uma progressão geométrica de razão $q > 1$, então $\tan \theta$ é igual a

- A $1/q$.
- B q .
- C q^2 .
- D \sqrt{q} .

QUESTÃO 16

(UDESC) O objetivo de um concurso era criar o ser vivo matemático mais curioso. O vencedor, batizado por seus criadores de *Punctorum Grande*, possuía as seguintes características: no seu nascimento ele era composto apenas por um ponto, e após 40 minutos duas hastes saíam deste ponto com um novo ponto. Após mais 40 minutos, outras duas hastes, com um novo ponto em cada, saíam de cada um dos pontos existentes e assim sucessivamente a cada 40 minutos.

O número de pontos que esse ser vivo tinha após cinco horas e vinte minutos do seu nascimento, era:

- A 6561
- B 4347
- C 2187
- D 255
- E 64

QUESTÃO 17

(IFBA) Numa avaliação com 100 questões, a pontuação de cada questão foi atribuída de acordo com uma progressão geométrica de razão 2 da seguinte forma: a primeira questão valia 1 ponto, a segunda questão valia 2 pontos, a terceira

questão valia 4, a quarta questão valia 8 pontos e assim por diante. A nota máxima que um aluno pode ficar é o somatório dos pontos de todas as questões. Uma pessoa, ao fazer esta avaliação, verificou que acertou todas as questões de numeração múltiplos de três maiores que 20 e menores que 40 e também acertou as questões de numeração múltiplos de cinco maiores que 31 e menores que 51.

Que pontuação este estudante fez na prova?

- A $\frac{2^{34}(2^{20}-1)}{2^5-1}$
- B $\frac{2^{20}(2^{21}-1)}{2^3-1}$
- C $\frac{2^{20}(2^{21}-1)}{2^3} + \frac{2^{34}(2^{20}-1)}{2^5}$
- D $\frac{2^{20}(2^{21}-1)}{2^3-1} + \frac{2^{34}(2^{20}-1)}{2^5-1}$
- E $\frac{2^{20}(2^{21}-1)}{2^3-1} - \frac{2^{34}(2^{20}-1)}{2^5-1}$

QUESTÃO 18

(UEL) Em uma população totalmente suscetível a uma doença infecciosa, o número de novas infecções $C(n)$, no instante de tempo n , cresce em progressão geométrica de razão $q > 0$. Isto é, $C(n) = C_0 q^n$, onde n é expresso em uma certa unidade de medida e C_0 é a quantidade de infectados no instante inicial $n = 0$. A seguir, é apresentada uma tabela com exemplos.

Doença	q	Unidade de medida
Sarampo	15	4 dias
Difteria	6	4 dias
SARS	5	10 dias
Influenza (cepa pandêmica de 1918)	3	7 dias
Ebola (surto de 2014)	2	2 semanas

Suponha que uma cidade totalmente suscetível, na Europa medieval, tenha sido tomada pela Peste Negra, que se iniciou com $C_0 = 15$ infectados.

Considerando que, em 8 dias, a soma de infectados desde o início da infestação totalizou 195 pessoas e que a unidade de medida seja de 4 dias, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a razão q .

- A 2
- B 3
- C 5
- D 6
- E 10

GABARITO

01	C	02	E	03	C	04	E	05	A
06	A	07	A	08	D	09	C	10	A
11	D	12	B	13	D	14	D	15	A
16	A	17	D	18	B				