

MATEMÁTICA

CAPÍTULO 5.0 MATRIZES



QUESTÃO 01

(FUVEST 2012 1ª FASE) Considere a matriz

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & 2\alpha + 1 \\ \alpha - 1 & \alpha + 1 \end{bmatrix},$$

em que α é um número real. Sabendo que A admite inversa A^{-1} primeira coluna é

$$\begin{bmatrix} 2\alpha - 1 \\ -1 \end{bmatrix},$$

a soma dos elementos da diagonal principal de A^{-1} é igual a

- A 5
- B 6
- C 7
- D 8
- E 9

X	SEGUNDA FASE	MANUAL FUVEST
NA SEGUNDA FASE AS QUESTÕES A SEGUIR SÃO DE RESPOSTAS ABERTAS		

QUESTÃO 02

(FUVEST 2005 2ª FASE) Diz-se que a matriz quadrada A tem posto 1 se uma de suas linhas é não-nula e as outras são múltiplas dessa linha. Determine os valores de a , b e c para os quais a matriz 3×3

$$A = \begin{bmatrix} 2 & \frac{1}{2} & 3 \\ 3a - b + 2c & 1 & 6 \\ b + c - 3a & \frac{1}{2} & c - 2a + b \end{bmatrix}$$

tem posto 1.

QUESTÃO 03

(FUVEST 2019 2º FASE) A multiplicação de matrizes permite codificar mensagens. Para tanto, cria-se uma numeração das letras do alfabeto, como na tabela abaixo. (O símbolo * corresponde a um espaço).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	*
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27

Como exemplo, suponha que a mensagem a ser transferida seja **FUVEST**, e que as matrizes codificadora e decodificadora sejam $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$, respectivamente. A matriz em que se escreve a mensagem é $M = \begin{pmatrix} F & U & V \\ E & S & T \end{pmatrix}$, que, numericamente, corresponde a $M = \begin{pmatrix} 6 & 21 & 22 \\ 5 & 19 & 20 \end{pmatrix}$. Para fazer a codificação da mensagem, é feito o produto de matrizes

$$N = A \cdot M = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 21 & 22 \\ 5 & 19 & 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 & 101 & 106 \\ 11 & 40 & 42 \end{pmatrix}$$

O destinatário, para decifrar a mensagem, deve fazer o produto da matriz decodificadora com a matriz codificadora recebida:

$$M = B \cdot N = \begin{pmatrix} 28 & 101 & 106 \\ 11 & 40 & 42 \end{pmatrix}$$

- A) Se a matriz codificadora é $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, e a mensagem a ser transmitida é **ESCOLA**, qual é a mensagem codificada que o destinatário recebe?
- B) Se a matriz codificadora é $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$, e o destinatário recebe a matriz codificada $N = \begin{pmatrix} 33 & 9 & 8 & 48 \\ 47 & 13 & 9 & 75 \end{pmatrix}$, qual foi a mensagem enviada?
- C) Nem toda matriz A é uma matriz eficaz para enviar mensagens. Por exemplo, se $A = \begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 4 & -14 \end{pmatrix}$, encontre 4 sequências de 4 letras de forma que as respectivas matrizes codificadas sejam sempre iguais a $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

GABARITO ✓

01 A