

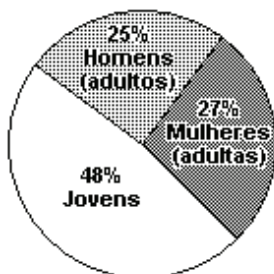
# MATEMÁTICA

## CAPÍTULO 9 PROBABILIDADE



### QUESTÃO 01

(FUVEST 2006 1ª FASE) Um recenseamento revelou as seguintes características sobre a idade e a escolaridade da população de uma cidade.



ESCOLARIDADE	JOVENS	MULHERES	HOMENS
Fundamental incompleto	30%	15%	18%
Fundamental completo	20%	30%	28%
Médio incompleto	26%	20%	16%
Médio completo	18%	28%	28%
Superior incompleto	4%	4%	5%
Superior completo	2%	3%	5%

Se for sorteada, ao acaso, uma pessoa da cidade, a probabilidade de esta pessoa ter curso superior (completo ou incompleto) é

- A 6,12%
- B 7,27%
- C 8,45%
- D 9,57%
- E 10,23%

### QUESTÃO 02

(FUVEST 2009 1ª FASE) Dois dados cúbicos, não viciados, com faces numeradas de 1 a 6, serão lançados simultaneamente. A probabilidade de que sejam sorteados dois números consecutivos, cuja soma seja um número primo, é de:

- A 2/9
- B 1/3
- C 4/9
- D 5/9
- E 2/3

### QUESTÃO 03

(FUVEST 2011 1º FASE) Um dado cúbico, não viciado, com faces numeradas de 1 a 6, é lançado três vezes. Em cada lançamento, anota-se o número obtido na face superior do dado, formando-se uma sequência  $(a, b, c)$ .

Qual é a probabilidade de que  $b$  seja sucessor de  $a$  ou que  $c$  seja sucessor de  $b$ ?

- A 4/27
- B 11/54
- C 7/27
- D 10/27
- E 23/54

### QUESTÃO 04

(FUVEST 2012 1ª FASE) Considere todos os pares ordenados de números naturais  $(a, b)$ , em que  $11 \leq a \leq 22$  e  $43 \leq b \leq 51$ . Cada um desses pares ordenados está escrito em um cartão diferente.

Sorteando-se um desses cartões ao acaso, qual é a probabilidade de que se obtenha um par ordenado  $(a, b)$  de tal forma que a fração  $a/b$  seja irredutível e com denominador par?

- A 7/27
- B 13/54
- C 6/27
- D 11/54
- E 5/27

### QUESTÃO 05

(FUVEST 2012 1ª FASE) Francisco deve elaborar uma pesquisa sobre dois artrópodes distintos. Eles serão selecionados, ao acaso, da seguinte relação: aranha, besouro, barata, lagosta, camarão, formiga, ácaro, caranguejo, abelha, carrapato, escorpião e gafanhoto.

Qual é a probabilidade de que ambos os artrópodes escolhidos para a pesquisa de Francisco não sejam insetos?

- A 49/144
- B 14/33
- C 7/22
- D 5/11
- E 15/144



## QUESTÃO 06

**(FUVEST 2014 1º FASE)** O gamão é um jogo de tabuleiro muito antigo, para dois oponentes, que combina a sorte, em lances de dados, com estratégia, no movimento das peças. Pelas regras adotadas, atualmente, no Brasil, o número total de casas que as peças de um jogador podem avançar, numa dada jogada, é determinado pelo resultado do lançamento de dois dados. Esse número é igual à soma dos valores obtidos nos dois dados, se esses valores forem diferentes entre si; e é igual ao dobro da soma, se os valores obtidos nos dois dados forem iguais.

Supondo que os dados não sejam viciados, a probabilidade de um jogador poder fazer suas peças andarem pelo menos oito casas em uma jogada é

- A 1/3
- B 5/12
- C 17/36
- D 1/2
- E 19/36

## QUESTÃO 07

**(FUVEST 2015 1ª FASE)** De um baralho de 28 cartas, sete de cada naipe, Luís recebe cinco cartas: duas de ouros, uma de espadas, uma de copas e uma de paus. Ele mantém consigo as duas cartas de ouros e troca as demais por três cartas escolhidas ao acaso dentre as 23 cartas que tinham ficado no baralho.

A probabilidade de, ao final, Luís conseguir cinco cartas de ouros é:

- A 1/130
- B 1/420
- C 10/1771
- D 25/7117
- E 52/8117

## QUESTÃO 08

**(FUVEST 2016 1º FASE)** Em um experimento probabilístico, Joana retirará aleatoriamente 2 bolas de uma caixa contendo bolas azuis e bolas vermelhas. Ao montar se o experimento, colocam-se 6 bolas azuis na caixa.

Quantas bolas vermelhas devem ser acrescentadas para que a probabilidade de Joana obter 2 azuis seja  $1/3$ ?

- A 2
- B 4
- C 6
- D 8
- E 10

## QUESTÃO 09

**(FUVEST 2017 1º FASE)** Cláudia, Paulo, Rodrigo e Ana brincam entre si de amigo secreto (ou amigo oculto). Cada nome é escrito em um pedaço de papel, que é colocado em uma urna, e cada participante retira um deles ao acaso.

A probabilidade de que nenhum participante retire seu próprio nome é

- A 1/4
- B 7/24
- C 1/3
- D 3/8
- E 5/12

## QUESTÃO 10

**(FUVEST 2018 1ª FASE)** Em uma urna, há bolas amarelas, brancas e vermelhas. Sabe-se que:

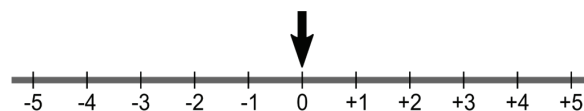
- I. A probabilidade de retirar uma bola vermelha dessa urna é o dobro da probabilidade de retirar uma bola amarela.
- II. Se forem retiradas 4 bolas amarelas dessa urna, a probabilidade de retirar uma bola vermelha passa a ser  $1/2$ .
- III. Se forem retiradas 12 bolas vermelhas dessa urna, a probabilidade de retirar uma bola branca passa a ser  $1/2$ .

A quantidade de bolas brancas na urna é

- A 8.
- B 10.
- C 12.
- D 14.
- E 16.

## QUESTÃO 11

**(FUVEST 2019 1º FASE)** Uma seta aponta para a posição zero no instante inicial. A cada rodada, ela poderá ficar no mesmo lugar ou mover-se uma unidade para a direita ou mover-se uma unidade para a esquerda, cada uma dessas três possibilidades com igual probabilidade.

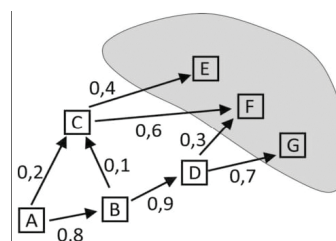


Qual é a probabilidade de que, após 5 rodadas, a seta volte à posição inicial?

- A 1/9
- B 17/81
- C 1/3
- D 51/125
- E 125/243

## QUESTÃO 12

**(FUVEST 2020 1º FASE)** Carros que saem da cidade A rumo a alguma das cidades turísticas E, F e G fazem caminhos diversos, passando por pelo menos uma das cidades B, C e D, apenas no sentido indicado pelas setas, como mostra a figura. Os números indicados nas setas são as probabilidades, dentre esses carros, de se ir de uma cidade a outra.





Nesse cenário, a probabilidade de um carro ir de A a F é

- A) 0,120.
- B) 0,216.
- C) 0,264.
- D) 0,336.
- E) 0,384.

<b>X</b>	<b>SEGUNDA FASE</b>	MANUAL FUVEST
NA SEGUNDA FASE AS QUESTÕES A SEGUIR SÃO DE RESPOSTAS ABERTAS		

## QUESTÃO 13 \_\_\_\_\_

**(FUVEST 2005 2ª FASE)** Uma pessoa dispõe de um dado honesto, que é lançado sucessivamente quatro vezes. Determine a probabilidade de que nenhum dos números sorteados nos dois primeiros lançamentos coincida com algum dos números sorteados nos dois últimos lançamentos.

## QUESTÃO 14 \_\_\_\_\_

**(FUVEST 2007 2ª FASE)** Uma urna contém 5 bolas brancas e 3 bolas pretas. Três bolas são retiradas ao acaso, sucessivamente, sem reposição. Determine

- A) a probabilidade de que tenham sido retiradas 2 bolas pretas e 1 bola branca.
- B) a probabilidade de que tenham sido retiradas 2 bolas pretas e 1 bola branca, sabendo-se que as três bolas retiradas não são da mesma cor.

## QUESTÃO 15 \_\_\_\_\_

**(FUVEST 2008 2ª FASE)** Em um jogo entre Pedro e José, cada um deles lança, em cada rodada, um mesmo dado honesto uma única vez. O dado é cúbico, e cada uma de suas 6 faces estampa um único algarismo de maneira que todos os algarismos de 1 a 6 estejam representados nas faces do dado.

Um participante vence, em uma certa rodada, se a diferença entre seus pontos e os pontos de seu adversário for, no mínimo, de duas unidades. Se nenhum dos participantes vencer, passa-se a uma nova rodada.

Dessa forma, determine a probabilidade de

- A) Pedro vencer na primeira rodada.
- B) nenhum dos dois participantes vencer na primeira rodada.
- C) um dos participantes vencer até a quarta rodada.

## QUESTÃO 16 \_\_\_\_\_

**(FUVEST 2009 2ª FASE)** Um apreciador deseja adquirir, para sua adega, 10 garrafas de vinho de um lote constituído por 4 garrafas da Espanha, 5 garrafas da Itália e 6 garrafas da França, todas de diferentes marcas.

- A) De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas desse lote?
- B) De quantas maneiras é possível escolher 10 garrafas do lote, sendo 2 garrafas da Espanha, 4 da Itália e 4 da França?
- C) Qual é a probabilidade de que, escolhidas ao acaso, 10 garrafas do lote, haja exatamente 4 garrafas da Itália e, pelo menos, uma garrafa de cada um dos outros dois países?

## QUESTÃO 17 \_\_\_\_\_

**(FUVEST 2010 2ª FASE)** Seja  $n$  um número inteiro,  $n \geq 0$ .

**Observação:** Nos itens a) e b), consideram-se válidas as distribuições nas quais uma ou mais pessoas não recebam bola alguma.

- A) Calcule de quantas maneiras distintas  $n$  bolas idênticas podem ser distribuídas entre Luís e Antônio.
- B) Calcule de quantas maneiras distintas  $n$  bolas idênticas podem ser distribuídas entre Pedro, Luís e Antônio.
- C) Considere, agora, um número natural  $k$  tal que  $0 \leq k \leq n$ . Supondo que cada uma das distribuições do item b) tenha a mesma chance de ocorrer, determine a probabilidade de que, após uma dada distribuição, Pedro receba uma quantidade de bolas maior ou igual a  $k$ .

## QUESTÃO 18 \_\_\_\_\_

**(FUVEST 2011 2ª FASE)** Para a prova de um concurso vestibular, foram elaboradas 14 questões, sendo 7 de Português, 4 de Geografia e 3 de Matemática. Diferentes versões da prova poderão ser produzidas, permutando-se livremente essas 14 questões.

- A) Quantas versões distintas da prova poderão ser produzidas?
- B) A instituição responsável pelo vestibular definiu as versões classe A da prova como sendo aquelas que seguem o seguinte padrão: as 7 primeiras questões são de Português, a última deve ser uma questão de Matemática e, ainda mais: duas questões de Matemática não podem aparecer em posições consecutivas. Quantas versões classe A distintas da prova poderão ser produzidas?
- C) Dado que um candidato vai receber uma prova que começa com 7 questões de Português, qual é a probabilidade de que ele receba uma versão classe A?

## QUESTÃO 19 \_\_\_\_\_

**(FUVEST 2012 2ª FASE)** Responda o itens a seguir:

- A) Dez meninas e seis meninos participarão de um torneio de tênis infantil. De quantas maneiras distintas essas 16 crianças podem ser separadas nos grupos A, B, C e D, cada um deles com 4 jogadores, sabendo que os grupos A e C serão formados apenas por meninas e o grupo B, apenas por meninos?



B) Acontecida a fase inicial do torneio, a fase semifinal terá os jogos entre Maria e João e entre Marta e José. Os vencedores de cada um dos jogos farão a final. Dado que a probabilidade de um menino ganhar de uma menina é  $\frac{3}{5}$ , calcule a probabilidade de uma menina vencer o torneio.

## QUESTÃO 20

**(FUVEST 2013 2ª FASE)** Sócrates e Xantipa enfrentam-se em um popular jogo de tabuleiro, que envolve a conquista e ocupação de territórios em um mapa. Sócrates ataca jogando três dados e Xantipa se defende com dois. Depois de lançados os dados, que são honestos, Sócrates terá conquistado um território se e somente se as duas condições seguintes forem satisfeitas:

- o maior valor obtido em seus dados for maior que o maior valor obtido por Xantipa;
- algum outro dado de Sócrates cair com um valor maior que o menor valor obtido por Xantipa.

- A) No caso em que Xantipa tira 5 e 5, qual é a probabilidade de Sócrates conquistar o território em jogo?
- B) No caso em que Xantipa tira 5 e 4, qual é a probabilidade de Sócrates conquistar o território em jogo?

## QUESTÃO 21

**(FUVEST 2014 2ª FASE)** Deseja-se formar uma comissão por sete membros do Senado Federal brasileiro, atendendo às seguintes condições: (i) nenhuma unidade da Federação terá dois membros na comissão, (ii) cada uma das duas regiões administrativas mais populosas terá dois membros e (iii) cada uma das outras regiões terá um membro.

**Dados:** Segundo a Constituição da República Federativa do Brasil – 1988, cada unidade da Federação é representada por três senadores.

- A) Quantas unidades da Federação tem cada região?
- B) Chame de  $N$  o número de comissões diferentes que podem ser formadas (duas comissões são consideradas iguais quando têm os mesmos membros). Encontre uma expressão para  $N$  e simplifique-a de modo a obter sua decomposição em fatores primos.
- C) Chame de  $P$  a probabilidade de se obter uma comissão que satisfaça as condições exigidas, ao se escolher sete senadores ao acaso. Verifique que  $P < 1/50$ .

## QUESTÃO 22

**(FUVEST 2016 2ª FASE)** João e Maria jogam dados em uma mesa. São cinco dados em forma de poliedros regulares: um tetraedro, um cubo, um octaedro, um dodecaedro e um icosaedro. As faces são numeradas de 1 a 4 no tetraedro, de 1 a 6 no cubo, etc. Os dados são honestos, ou seja, para cada um deles, a probabilidade de qualquer uma das faces ficar em contato com a mesa, após o repouso do dado, é a mesma.



Num primeiro jogo, Maria sorteia, ao acaso, um dos cinco dados, João o lança e verifica o número da face que ficou em contato com a mesa.

**Dados:** Poliedros regulares

- Tetraedro: 4 faces
- Cubo: 6 faces
- Octaedro: 8 faces
- Dodecaedro: 12 faces
- Icosaedro: 20 faces

- A) Qual é a probabilidade de que esse número seja maior do que 12?
- B) Qual é a probabilidade de que esse número seja menor do que 5?

Num segundo jogo, João sorteia, ao acaso, dois dos cinco dados. Maria os lança e anota o valor da soma dos números das duas faces que ficaram em contato com a mesa, após o repouso dos dados.

- C) Qual é a probabilidade de que esse valor seja maior do que 30?

## QUESTÃO 23

**(FUVEST 2018 2ª FASE)** Em um torneio de xadrez, há  $2n$  participantes.

- A) Na primeira rodada, há  $n$  jogos. Calcule, em função de  $n$ , o número de possibilidades para se fazer o emparelamento da primeira rodada, sem levar em conta a cor das peças.
- B) Suponha que 12 jogadores participem do torneio, dos quais 6 sejam homens e 6 sejam mulheres. Qual é a probabilidade de que, na primeira rodada, só haja confrontos entre jogadores do mesmo sexo?

## QUESTÃO 24

**(FUVEST 2018 2ª FASE)** Em uma competição de vôlei, estão inscritos 5 times. Pelo regulamento, todos os times devem se enfrentar apenas uma vez e, ao final da competição, eles serão classificados pelo número de vitórias. Dois ou mais times com o mesmo número de vitórias terão a mesma classificação. Em cada jogo, os times têm probabilidade  $\frac{1}{2}$  de vencer.

- A) Explique por que 2 times não podem empatar na classificação com 4 vitórias cada um.
- B) Qual é a probabilidade de que o primeiro classificado termine a competição com 4 vitórias?



C) Qual é a probabilidade de que os 5 times terminem empatados na classificação?

## QUESTÃO 25

**(FUVEST 2019 2º FASE)** Uma urna tem bolas  $A$  azuis e  $B$  bolas brancas. Ao serem retiradas duas delas de uma só vez, aleatoriamente, a probabilidade de saírem duas bolas azuis é denotada por  $p_A$ , a probabilidade de saírem duas bolas brancas é denotada por  $p_B$ , e a probabilidade de saírem duas bolas de cores diferentes é denotada por  $p_M$ .

- A) Se  $A = 2$  e  $B = 5$ , determine  $p_B$ .
- B) Se o total de bolas da urna é 21 e  $p_M$  é o triplo de  $p_A$ , quantas bolas azuis e quantas bolas brancas há na urna?
- C) Se  $A = 3$ , para quais valores de  $B$  o valor de  $p_M$  é estritamente maior do que  $1/2$ ?

## QUESTÃO 26

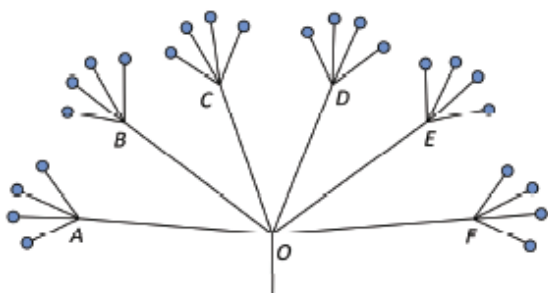
**(FUVEST 2020 2º FASE)** Um jogo educativo possui 16 peças nos formatos: círculo, triângulo, quadrado e estrela, e cada formato é apresentado em 4 cores: amarelo, branco, laranja e verde. Dois jogadores distribuem entre si quantidades iguais dessas peças, de forma aleatória.

O conjunto de 8 peças que cada jogador recebe é chamado de **coleção**.

- A) Quantas são as possíveis coleções que um jogador pode receber?
- B) Qual é a probabilidade de que os dois jogadores recebam a mesma quantidade de peças amarelas?
- C) A regra do jogo estabelece pontuações para as peças, da seguinte forma: círculo = 1 ponto, triângulo = 2 pontos, quadrado = 3 pontos e estrela = 4 pontos. Quantas são as possíveis coleções que valem 26 pontos ou mais?

## QUESTÃO 27

**(FUVEST 2021 2º FASE)** Um parque industrial com 24 indústrias foi estruturado de forma que seu sistema de esgoto tivesse a estrutura mostrada na figura. Um serviço de inspeção no ponto  $O$  detectou uma substância proibida que pode ter vindo de qualquer uma das indústrias, com igual probabilidade. Para autuar as indústrias irregulares, o serviço se decidiu pela seguinte estratégia: usar 6 kits de teste em amostras coletadas nos pontos  $A, B, C, D, E$  e  $F$ , no primeiro dia e, no segundo dia, fazer o mesmo nas saídas de todas as indústrias dos grupos apontados como contaminados no primeiro dia. Um dos cenários examinados pelo serviço de inspeção foi o de haver exatamente quatro indústrias irregulares.



A) Quantas são as formas possíveis de exatamente quatro indústrias irregulares estarem distribuídas entre as 24 indústrias do parque?

B) Qual é a probabilidade, havendo exatamente quatro indústrias irregulares, de que o gasto total de kits de testes nos dois dias seja 22?

C) Qual é a probabilidade, havendo exatamente quatro indústrias irregulares, de que o gasto total de kits de testes usados nos dois dias seja 14 ou menos?

## GABARITO

01	B	02	A	03	C	04	E	05	C
06	C	07	C	08	B	09	D	10	C
11	B	12	E						